On laisse tomber une pierre du haut d'une toure située à l'équateur. Si l'on néglige les frottements, à quelle distance de la toure la pierre arrivera t'elle ?

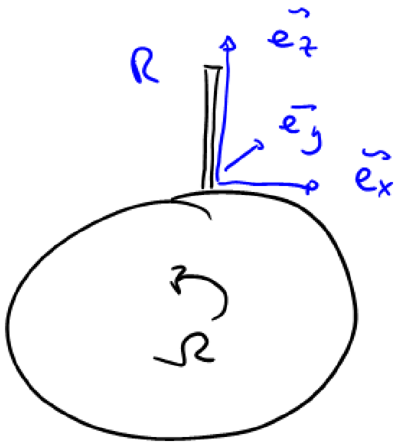
Chute d'une pierre du haut d'une tour à l'équateur

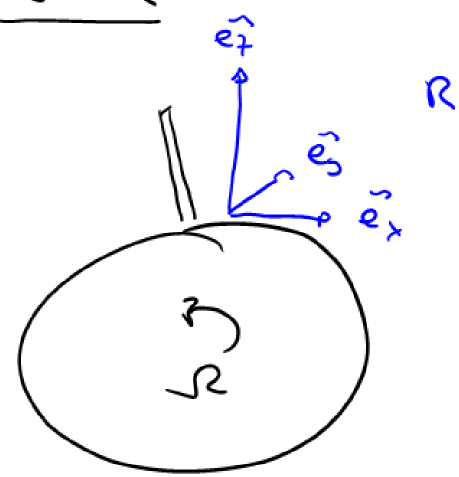
A quelle distance de la tour la pierre arrive-t-elle ?

Calcul intuitif

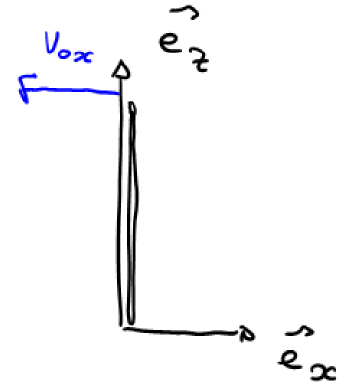
⚠ la terre tourne à une vitesse angulaire Ω

On décrit le mouvement par rapport à R, repère inertiel





Exercice d'application



Equation horaire

$$\begin{cases} x(t) = V_{0x}\, t + x_0 \\ \cancel{y(t) = V_{0y} \cdot t + y_0} \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{0z}\, t + z_0 \end{cases}$$

Positions initiales

$x_0 = 0$

$\cancel{y_0 = 0}$

$z_0 = h$

Vitesse initiale

$V_{0x} = -\Omega(R+h)$

$\cancel{V_{0y} = 0}$

$V_{0z} = 0$

Temps de chute libre

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + \cancel{v_{0z} t} + \overset{h}{z_0} = 0$$

$$t_f = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Distance parcourue en x durant le temp t

$$x(t_f) = v_{0x} t_c + \cancel{x_0}$$

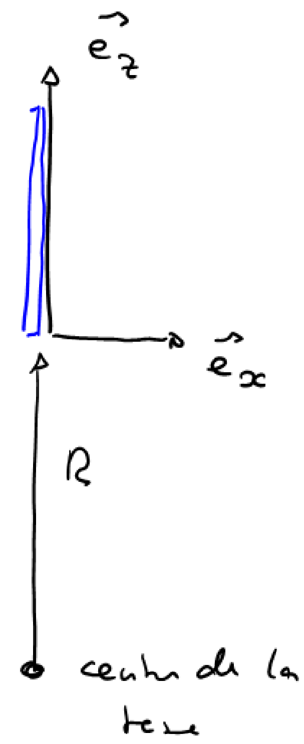
$$= -\Omega(R+h) \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Quelle est la distance parcourue par rapport à R' référentiel lié à la terre ?

La vitesse du pied de la tour est

$$V_t = -\Omega R$$

$$x_t(t_c) = V_t \cdot t_c = -\Omega R \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



La différence de distance le long de l'axe x entre la pierre et la tour est

$$D = -\Omega(R+h)\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}} - -\Omega R\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\boxed{|D| = h\,\Omega\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Application numérique

$$\Omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7.3\ 10^{-5}\ \text{rad s}^{-1}$$

$$h = 300\ \text{m}$$

$$D = 17\ \text{cm}$$

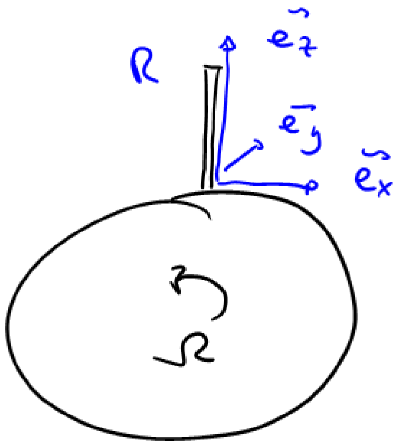
Chute d'une pierre du haut d'une tour à l'équateur

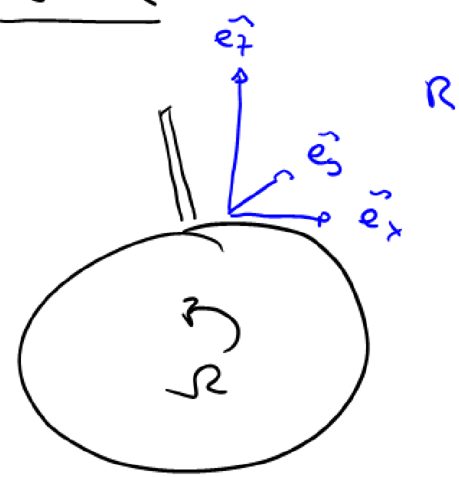
A quelle distance de la tour la pierre arrive-t-elle ?

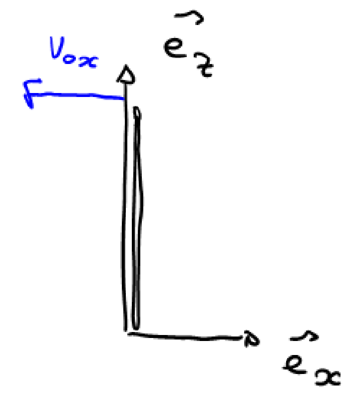
Calcul intuitif

⚠ | la terre tourne à une vitesse angulaire Ω

On décrit le mouvement par rapport à R, repère inertiel







Equation horaire

$$\begin{cases} x(t) = V_{0x}\, t + x_0 \\ \cancel{y(t) = V_{0y} \cdot t + y_0} \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{0z}\, t + z_0 \end{cases}$$

Positions initiales

$x_0 = 0$

$\cancel{y_0 = 0}$

$z_0 = h$

Vitesse initiale

$V_{0x} = -\Omega (R + h)$

$\cancel{V_{0y} = 0}$

$V_{0z} = 0$

Temps de chute libre

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + \cancel{v_{0z}} t + z_0 = 0$$

h

$$t_f = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Distance parcourue en x durant le temp t

$$x(t_f) = v_{0x} t_c + \cancel{x_0}$$

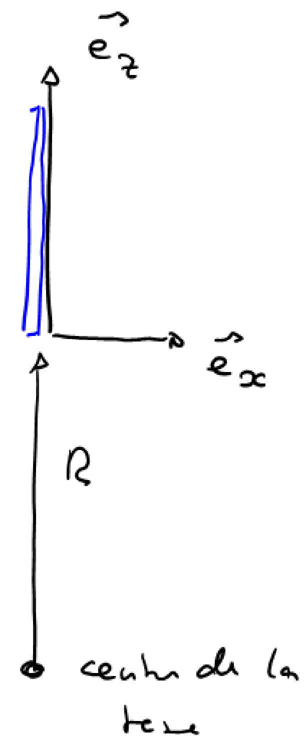
$$= -\Omega(R+h) \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Quelle est la distance parcourue par rapport à R' référentiel lié à la terre ?

La vitesse du pied de la tour est

$$V_t = -\Omega R$$

$$x_t(t_c) = V_t \cdot t_c = -\Omega R \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



La différence de distance le long de l'axe x entre la pierre et la tour est

$$D = -\Omega(R+h)\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}} - -\Omega R\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\boxed{|D| = h\,\Omega\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Application numérique

$$\Omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7.3\ 10^{-5}\ \text{rad s}^{-1}$$

$$h = 300\ \text{m}$$

$$D = 17\ \text{cm}$$

Chute d'une pierre du haut d'une tour

Origine de la différence entre les 2 approches ?

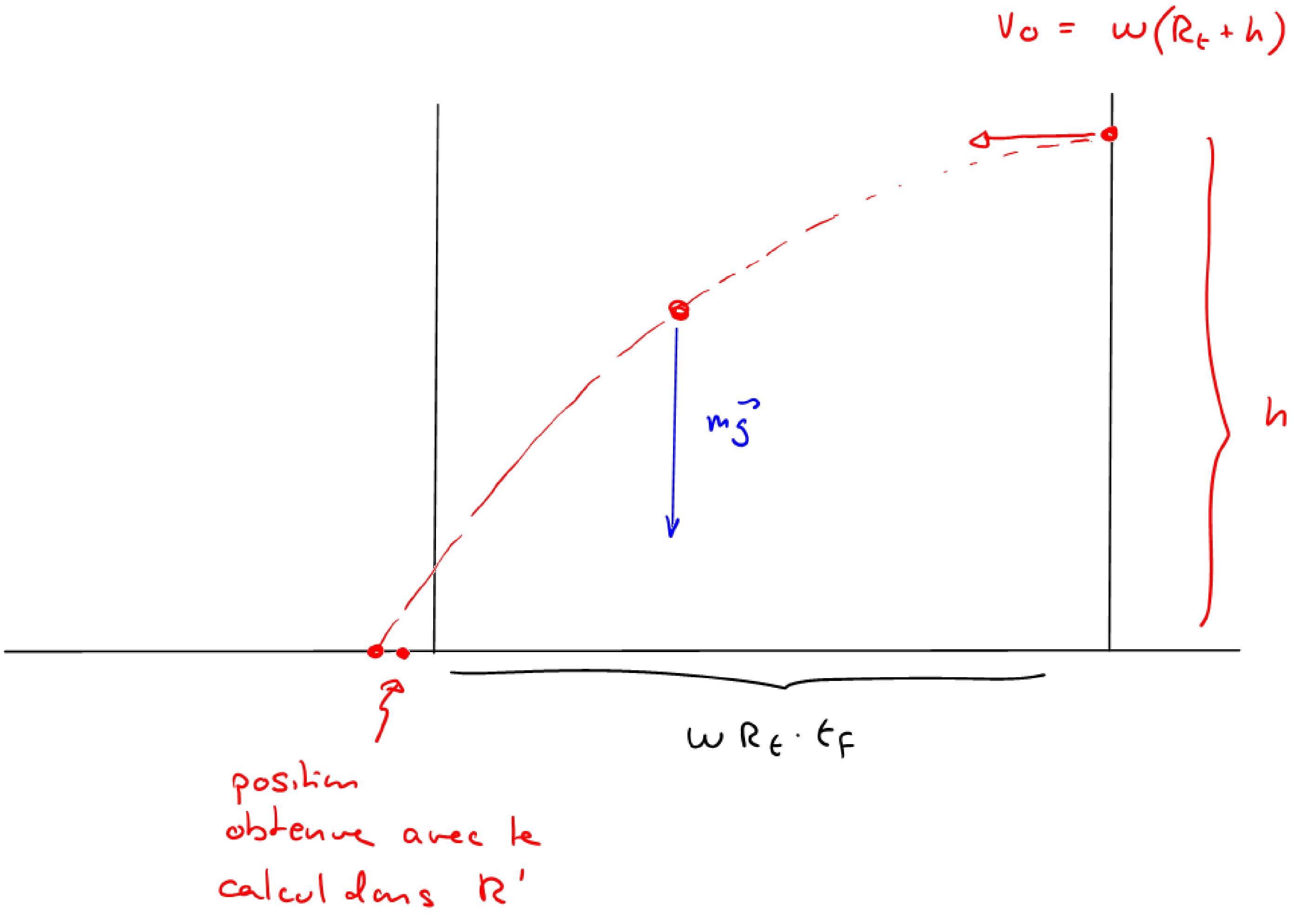
(1) dans R'

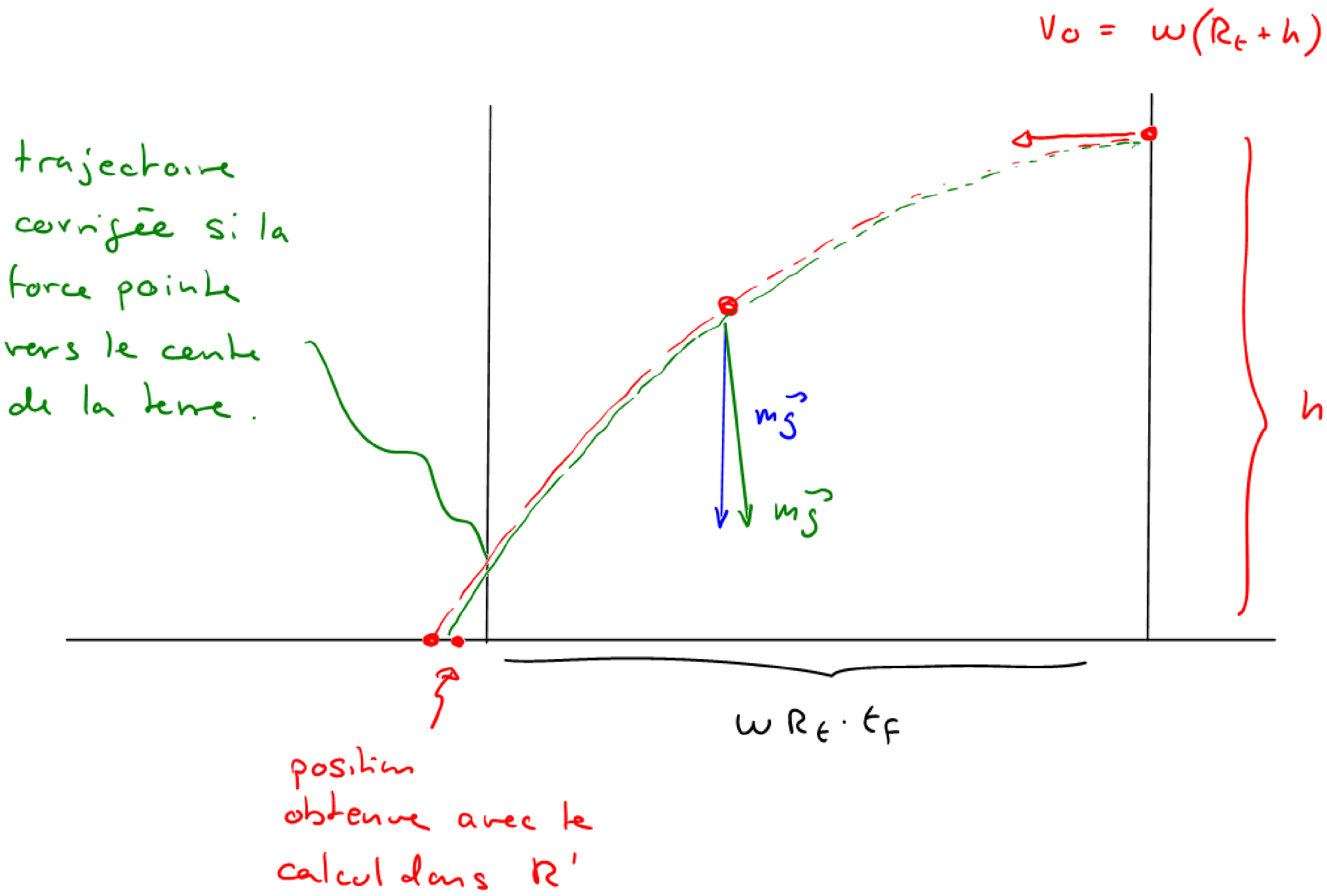
$$\boxed{\Delta x = -\frac{2}{3}\,\omega\, h \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

(2) dans R (inertiel)

$$\boxed{\Delta x = -\,\omega R \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Dans R référentiel inertiel





$v_0 = \omega(R_t + h)$
trajectoire corrigée si la force pointe vers le centre de la terre.
$m\vec{g}$
$m\vec{g}$
h
$\omega R_t \cdot t_F$
position obtenue avec le calcul dans R'